

**BLOQUE II: ÁLGEBRA LINEAL**

---

**TEMA 6. FORMAS CUADRÁTICAS**

---

HOJA DE EJERCICIOS

1. Indicar cuales de las siguientes aplicaciones son formas cuadráticas de  $\mathbb{R}^n$

(a)  $Q(x, y) = 2x + xy$

(b)  $Q(x, y) = x^2 + xy + y$

(c)  $Q(x, y) = x^2 - 2xy - 3y^2$

(d)  $Q(x, y, z) = x^3 - 2xyz + 3yz$

(e)  $Q(x, y, z) = -2x^2 - xy - 4yz + 2z^2$

(f)  $Q(x, y, z) = 5x^2 - 2xy^2 + 3y^2x + 2z^2 + xz$

(g)  $Q(x, y, z, t) = xyzt$

(h)  $Q(x, y, z, t) = 5x^2 - 2y^2 - 3z^2 + 5t^2$

(i)  $Q(x, y, z, t) = -x^2 + 3xy - 2y^2 - 6xt + 3z^2 - 2zt + yt$

2. Determinar la matriz simétrica asociada a cada una de las siguientes formas cuadráticas:

(a)  $Q(x, y) = x^2 - xy + 2y^2$

(b)  $Q(x, y) = xy$

(c)  $Q(x, y, z) = -2x^2 + 2y^2 - 2z^2 - 3xy + 4yz + xz$

(d)  $Q(x, y, z) = x^2 + 2y^2 - 9xy + 10xz$

(e)  $Q(x, y, z, t) = -x^2 + 3xy - 2y^2 - 6xt + 3z^2 - 2zt + yt$

(f)  $Q(x, y, z, t) = 3xy - 6xz + 3xt + 4yz - 2yt + zt$

3. Determinar la expresión polinómica de cada una de las formas cuadráticas definidas por las siguientes matrices simétricas

(a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

(b)  $B = \begin{pmatrix} -2 & 9 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$

(c)  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

$$(d) B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} \\ 2 & \frac{5}{2} & -3 \end{pmatrix}$$

$$(e) A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

4. Estudiar el signo de las siguientes formas cuadráticas mediante el método de los autovalores.

$$(a) Q(x, y) = 9x^2 - 12xy + 4y^2$$

$$(b) Q(x, y, z) = x^2 - 2xy + 2y^2 - 2yz + z^2$$

5. Estudiar el signo de las formas cuadráticas asociadas a las siguientes matrices simétricas mediante el método de los autovalores.

$$(a) \begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -2 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Comprobar, si es posible, el signo de las formas cuadráticas del 4 mediante el método de los menores principales

7. Estudiar el signo de las siguientes formas cuadráticas mediante el método de los menores principales.

$$(a) Q(x, y) = -3x^2 + 2xy - 4y^2$$

$$(b) Q(x, y) = 3x^2 + 8xy + 2y^2$$

$$(c) Q(x, y, z) = -x^2 + 3y^2 + 2z^2 - 2xy + 4xz$$

8. Estudiar el signo de la forma cuadrática asociada a la siguiente matriz simétrica mediante el método de los menores principales.

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 11 \end{pmatrix}$$

9. Dada la siguiente matriz simétrica, determinar su signo según los distintos valores del parámetro  $a \in \mathbb{R}^1$

$$\begin{pmatrix} -7 & 1 & a \\ 1 & -2 & 0 \\ a & 0 & 2a \end{pmatrix}$$

10. Sea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  la matriz asociada a la forma cuadrática  $Q(x, y, z)$

- (a) Calcule la forma polinómica de la forma cuadrática.  
(b) Calcule el signo de la forma cuadrática mediante el método de los autovalores.

11. Sea la siguiente forma cuadrática:

$$Q(x, y, z, t) = -4x^2 - 2y^2 - 5z^2 - 6t^2 + 4xt + 6yz + 2yt$$

- (a) Calcule la matriz asociada a la forma cuadrática.  
(b) Calcule el signo de la forma cuadrática mediante los menores principales.

12. Sea  $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & a \\ 2 & a & -1 \end{pmatrix}$  la matriz asociada a la forma cuadrática  $Q(x, y, z)$

- (a) Calcule el valor del parámetro  $a$  para que se verifique que  $Q(1, -2, 1) = -8$   
(b) Estudie el signo de la forma cuadrática.

---

<sup>1</sup> Aplicar el método de los menores principales.